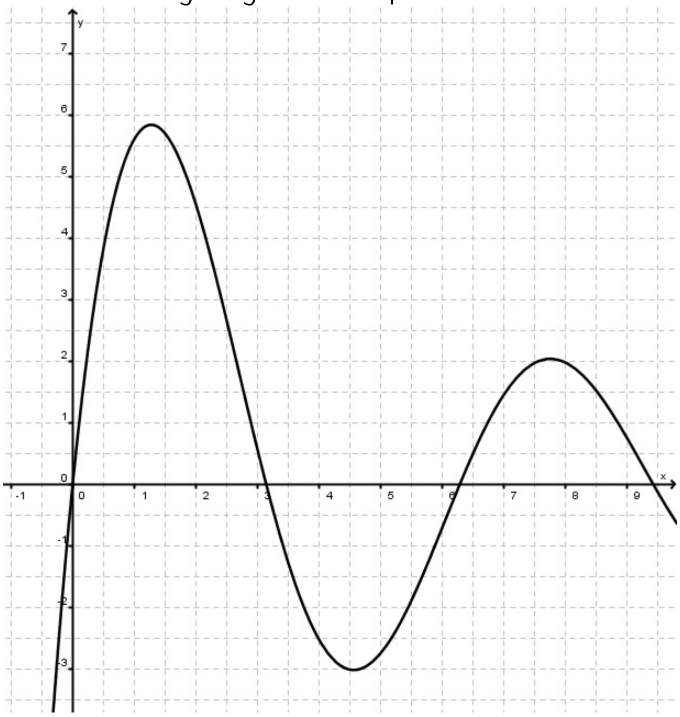
Abiturvorbereitung - Blatt 1

Analysis

Grundlagentraining

1. Bestimme jeweils die Ableitung:
   (a) $f(x) = \sin(x) \cdot x^2$
   (b) $f(x) = \ln(x^3 - 1)$
   (c) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x}}$
   (d) $f(t) = e^{-\frac{1}{2}t^2}$
2. Löse jeweils die Gleichung:
   (a) $x^3 = 4x$
   (b) $x^2 = 2x + 3$
   (c) $\ln(x^2 - 8) = 0$
   (d) $(e^x - 2) \cdot (x^2 - 3) = 0$
   (e) $\frac{4-e^{-x}}{(e^x+3)^3} = 0$
3. Gib jeweils eine Stammfunktion an:
   (a) $f(x) = \frac{1}{5}x^3 - 3x^2 + \frac{1}{2}x - 4$
   (b) $f(x) = e^{2x+3}$
   (c) $f(x) = \sin(2x)$
   (d) $f(x) = \frac{1}{2x}$
4. Bestimme jeweils die Definitionsmenge:
   (a) $f(x) = \ln(3x - 1)$
   (b) $f(x) = \sqrt{e^x - 2}$
   (c) $f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$

5. Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f.



Bestimme graphisch Näherungswerte für:

(a) $f'(2)$

(b) $f'(5)$

(c) $\int\limits_0^5 f(x)dx$

Originalaufgaben

1. *(2013 - Analysis I - Teil 1)*
Gegeben ist die Funktion $g : x \mapsto \sqrt{3x+9}$ mit maximaler Definitionsmenge D.

   (a) Bestimmen Sie D und geben Sie die Nullstelle von g an.

   (b) Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von g im Punkt $P(0|3)$.

2. *(2013 - Analysis I - Teil 1)*
Geben Sie für $x \in \mathbb{R}^+$ die Lösungen der folgenden Gleichung an:

$$(\ln(x) - 1) \cdot (e^x - 2) \cdot \left(\frac{1}{x} - 3\right) = 0$$

3. *(2013 - Analysis I - Teil 2)*
Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f : x \mapsto 2x \cdot e^{-0,5x^2}$.
Bestimmen Sie rechnerisch Lage und Art der Extrempunkte des Graphen von f.

Stochastik

Grundlagentraining

1. In einer Urne befinden sich 4 rote, 3 grüne und eine weiße Kugel. Du ziehst aus dieser Urne zwei Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

   (a) E_1: Mindestens eine der Kugeln ist rot.

   (b) E_2: Beide Kugeln haben die gleiche Farbe.

   (c) E_3: Die weiße Kugel wird gezogen.

   (d) $E_4 = E_1 \cap E_2$

   (e) $E_5 = E_2 \cup E_3$

2. In einer Computerfirma sind 40% aller Angestellten Frauen. 60% dieser Frauen haben einen Hochschulabschluss. Insgesamt haben 70% aller Angestellten einen Hochschulabschluss. Wie viel Prozent der männlichen Angestellten haben einen Hochschulabschluss?

3. Wie viele unterschiedliche dreigängige Menüs können zusammengestellt werden, wenn auf der Speisekarte drei Vorspeisen, sechs Hauptgerichte und vier Nachspeisen angeboten werden?

4. Wie groß ist beim fünfmaligen Werfen eines Würfels die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine Sechs zu bekommen?

Originalaufgaben

1. *(2011 - Leistungskurs Stochastik III)*
   In der Tiefgarage eines Kaufhauses parken 60% der Kunden. Von den in der Tiefgarage parkenden Kunden tätigen 90% einen Einkauf im City-Markt. 5% aller Kunden benutzen weder die Tiefgarage noch kaufen sie etwas ein.

   (a) Wie viel Prozent der Kunden tätigen einen Einkauf im City-Markt?

   (b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Kunde, der nicht in der Tiefgarage parkt, im City-Markt etwas einkauft.

Analytische Geometrie

Grundlagentraining

1. Bestimme die Entfernung der Punkte $A(3|1|-2)$ und $B(-1|3|2)$.

2. Gegeben sind die Punkte $A(3|8|0)$, $B(0|4|-1)$ und $C(3|5|-1)$.

   (a) Zeige, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist.

   (b) Berechne die Größe der Innenwinkel des Dreiecks ABC.

   (c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

   (d) Das Dreieck ABC lässt sich durch einen Punkt D zu einem Parallelogramm ergänzen. Bestimme die Koordinaten von D.

3. Bestimme die Koordinaten des Mittelpunkts der Strecke $[PQ]$ mit $P(2|-3|4)$ und $Q(6|5|12)$.

4. Gib jeweils drei verschiedene Punkte an, die auf der x_1-Achse, der x_2-Achse, der x_3-Achse, der x_1x_2-Ebene, der x_1x_3-Ebene sowie der x_2x_3-Ebene liegen.

5. Bestimme eine Gleichung der Gerade g durch $A(1|4|2)$ und $B(3|3|2)$.

6. Bestimme die Gleichung der Ebene E, die durch die Punkte $P(1|2|1)$, $Q(4|0|-1)$ und $R(2|3|6)$ festgelegt wird, in Koordinatenform.

Originalaufgaben

1. *(2013 - Geometrie II)*
   In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Geraden
   $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, und $h: \vec{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -9 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\mu \in \mathbb{R}$,
   gegeben.
   Die Geraden g und h schneiden sich im Punkt T.

   (a) Bestimmen Sie die Koordinaten von T.
   (Ergebnis: $T(2|-1|3)$)

   (b) Geben Sie die Koordinaten zweier Punkte P und Q an, die auf g liegen und von T gleich weit entfernt sind.