Q12 - Klausur im 1. Halbjahr

Themengebiete:

- Wendepunkte und Krümmungsverhalten
- Integralrechnung
- Integralfunktion

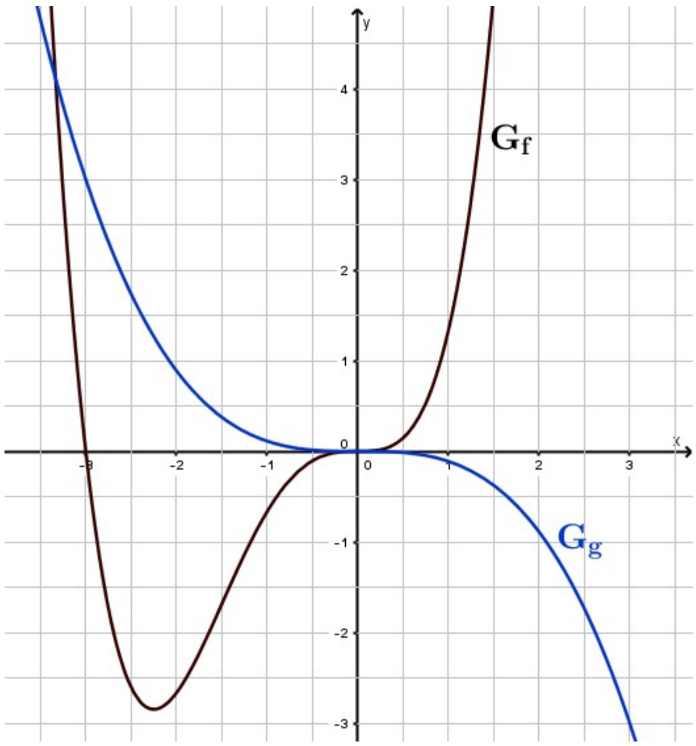
1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{-x} \cdot (x^2 + 4x + 2)$ und $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.
   Untersuche das Krümmungsverhalten des Graphen von f.

2. Die Abbildung zeigt die Graphen der beiden Funktionen

   $f(x) = \frac{1}{3}x^4 + x^3;\ \mathbb{D}_f = \mathbb{R}$

   und

   $g(x) = -\frac{1}{9}x^3;\ \mathbb{D}_g = \mathbb{R}$



   (a) Berechne die Nullstellen der Funktion f.

   (b) Bestimme Lage und Art der Extrempunkte des Graphen von f.

   (c) Bestimme die Koordinaten der Wendepunkte des Graphen von f.

   (d) Die Graphen von f und g schließen im 2. und 3. Quadranten ein Flächenstück ein. Berechne dessen Flächeninhalt.
   Wie viel Prozent der Fläche liegen unterhalb der x-Achse?

3. Berechne die folgenden Integrale:

   (a) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 4\sin(x))dx$

   (b) $\int\limits_1^3 (2\sqrt{3} - \frac{6}{\sqrt{x}})dx$

   (c) $\int\limits_0^{\ln(3)} x^2 \cdot e^x dx + \int\limits_0^{\ln(3)} (2 - x^2) \cdot e^x dx$

4. Peter soll das folgende Integral berechnen:

$$\int_{-6}^{6} x^5 \cdot \cos(x^2 + 1)dx$$

   Leider scheitert Peter, weil er einfach keine passende Stammfunktion zu $f(x) = x^5 \cdot \cos(x^2 + 1)$ bestimmen kann.
   Da mischt sich Anna ein und erklärt ihm, dass er sich darüber nicht den Kopf zerbrechen müsse, sie könne auch ohne Stammfunktion sagen, dass dieses Integral den Wert Null habe.
   Woher weiß Anna das?

5. Weise nach, dass die Funktion H mit $H(x) = \frac{8x}{x^2+3}$ eine Stammfunktion der Funktion h mit $h(x) = 4\ln(2x^2 + 6)$ ist.
   Untersuche, ob H auch eine Integralfunktion von h sein kann.